UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CONTADURÍA Y ADMINISTRACIÓN

DIVISIÓN DEL SISTEMA UNIVERSIDAD ABIERTA

GUÍA DE ESTUDIO

PARA LA ASIGNATURA

MATEMÁTICAS II

2000

Contenido

Colaboradores

Diseño y coordinación general
L. A. E. Alfredo Díaz Mata

Elaboración de contenido
I. I. Guadalupe Adriana Sánchez Ramiro

Revisor de contenido
I. Q. Ma. Reyneria Pompa Osorio

Coordinación operativa
L. A. Francisco Hernández Mendoza

Asesoría pedagógica
Sandra Rocha

Revisión de estilo
Rosalía Lara Zúñiga

Edición
Aline Gómez Ángel

Logística
L. A. María de Lourdes Salas Sáenz
Danelia C. Usó Nava

Captura
Lizbeth Castillo Cabrera
Miriam Castillo Granados
Juan Fortunato Vigueras Márquez

22 IX 2000

Introducción

El principal propósito de esta guía es orientar a los estudiantes que cursan sus estudios en el sistema abierto, que se caracteriza, entre otras cosas, porque ellos son los principales responsables de su propio aprendizaje.

Como en este sistema cada alumno debe estudiar por su cuenta, en los tiempos y lugares que más le convengan, se vuelve necesaria una guía que le ayude a lograr los objetivos de aprendizaje y que le facilite el acceso a los materiales didácticos (libros, publicaciones, audiovisuales, etcétera) que requiere. Por estas razones, se han estructurado estas guías básicamente en cuatro grandes partes:

1. Información general de la asignatura
2. Panorama de la asignatura
3. Desarrollo de cada una de las unidades
4. Bibliografía

A su vez, estas cuatro partes contienen las siguientes secciones:

1. La información general de la asignatura que incluye: portada, características oficiales de la materia, índice de contenido de la guía y los nombres de las personas que han participado en la elaboración del material.
2. El panorama de la asignatura contiene el objetivo general del curso, el temario oficial (que incluye solamente el título de cada unidad), el temario detallado de todas las unidades y el esbozo de la materia, en el cual se presenta un panorama general del contenido de la asignatura, incluyendo sus elementos más importantes.
3. Por su parte, el desarrollo de cada unidad que está estructurado en los siguientes apartados:
   1. Objetivo particular de la unidad

2. Temario detallado de la unidad que es, simplemente, la parte del temario detallado global que corresponde a cada unidad.
3. Esbozo de la unidad. Un panorama general de la unidad.
4. Bibliografía específica sugerida. Contiene indicaciones precisas de dónde encontrar el material que se requiere estudiar para abarcar el contenido de la unidad. Como no se pretende imponer ninguna bibliografía a los profesores, es importante observar que se trata de una **sugerencia**, **ya que cada profesor está en entera libertad de sugerir a sus alumnos la bibliografía que le parezca más conveniente**. En esta bibliografía específica se detalla en qué secciones, capítulos y/o páginas del libro o libros sugeridos se encuentra el material a revisar.
5. Actividades complementarias de aprendizaje. Esta sección contiene también **sugerencias** sobre otras actividades, aparte del estudio del material básico o de la realización de las prácticas o ejercicios fundamentales, que se pueden llevar a cabo para reforzar los conocimientos y/o habilidades adquiridas e incluye, como ejercicio inicial, la elaboración de un mapa conceptual, que es un resumen gráfico de los contenidos de la unidad y que tiene como objetivo principal ayudar a reflexionar, comprender, relacionar y asimilar los principales conceptos de la unidad. En un apéndice del final de la guía se exponen diversas ideas sobre cómo elaborar estos mapas conceptuales.
6. Cuestionario de autoevaluación. Estos cuestionarios son un conjunto de preguntas sobre los contenidos esenciales que conforman cada unidad y que pretenden permitir que el estudiante, mediante sus respuestas, se dé cuenta del grado de dominio logrado en el estudio y, con ello, de la medida en que alcanzó los objetivos. En otras palabras, este cuestionario le debe permitir al alumno decidir si ya aprendió lo suficiente como para estar en posibilidades de presentar el examen correspondiente para acreditar la unidad. Al final de la guía se incluyen las respuestas de estos cuestionarios de autoevaluación.

7. Finalmente, la última división gruesa de la guía contiene las bibliografías básica y complementaria que están contempladas en el temario oficial, así como también una “bibliografía adicional” que no está en el temario oficial pero que ha sido sugerida por algún profesor.

Al igual que en las versiones anteriores, esperamos que esta guía cumpla con su cometido y, en todo caso, deseamos invitar a los lectores, tanto profesores como alumnos, a que nos hagan llegar todo comentario o sugerencia que permita mejorarla.

A t e n t a m e n t e

L.A.E. Alfredo Díaz Mata
Jefe de la División del Sistema Universidad Abierta
Marzo de 2000

Características de la asignatura

Matemáticas II		Clave: 1338
Plan: 98.		Créditos: 8
Licenciatura: Informática		Semestre: 3º
Área: Matemáticas		Hrs. Asesoría: 2
Requisitos: Ninguno		Hrs. Por semana: 4
Tipo de asignatura:	Obligatoria (x)	Optativa ( )

Objetivo general de la asignatura

El estudiante aplicará el cálculo diferencial e integral en la interpretación, planteamiento y resolución de problemas y modelos matemáticos típicos de la administración.

Temario oficial (horas sugeridas 68)

1. Funciones (8).
2. Límite (12).
3. Derivada (14).
4. Integral (14).
5. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer grado (10).
6. Prácticas en el laboratorio de informática (10).

Temario detallado

1. Funciones.
    - 1.1 Introducción.
    - 1.2 Tipos de funciones.
    - 1.3 Representación gráfica de funciones.
    - 1.4 Composición de funciones.
2. Límite.

- 2.1 Introducción.
- 2.2 Límite de funciones.
- 2.3 Teorema sobre límite.
- 2.4 Límite infinito.

3. Derivada.
   - 3.1 Derivada de funciones algebraicas comunes.
   - 3.2 Derivadas de orden superior.
   - 3.3 Máximos y mínimos de una función.
   - 3.4 Aplicaciones.
4. Integral.
   - 4.1 Introducción.
   - 4.2 Integral definida.
   - 4.3 Integral no definida.
   - 4.4 Métodos de integración.
     - 4.4.1 Substitución.
     - 4.4.2 Por partes.
   - 4.5 Aplicaciones.
5. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer grado.
   - 5.1 Introducción.
   - 5.2 Solución de ecuaciones diferenciales ordinarias.
   - 5.3 Ecuaciones diferenciales de primer orden y primer grado.
     - 5.3.1 Homogéneas.
     - 5.3.2 Lineales.
     - 5.3.3 Exactas.
6. Prácticas en el laboratorio de informática.

Esbozo de la asignatura

Desde que el hombre existe y tuvo la necesidad de contar, las matemáticas han estado presentes en su vida y hasta la fecha existen. Los avances tecnológicos y, sobre todo, la creación de equipos de cómputo de alta velocidad han fomentado el interés por el estudio de las matemáticas ya que se han diseñado paquetes específicos que facilitan el aprendizaje y estudio de éstas.

En la asignatura de Matemáticas II se estudiará el cálculo. Éste se inventó en el siglo XVII como una herramienta para resolver algunos problemas en los que interviene el movimiento; posteriormente ha sido aplicado para estudiar el comportamiento de los cuerpos en movimiento y definir en física lo que se entiende por velocidad y aceleración.

Uno de los conceptos fundamentales del cálculo es la derivada, la cual es útil para el estudio de las razones de cambio de muchas cantidades, de la distancia y la velocidad, de los problemas de máximos y mínimos. Por ejemplo un químico puede usar las derivadas para determinar el resultado de una reacción química, un biólogo las utiliza en la investigación del crecimiento de bacterias de un cultivo, un ingeniero electricista, para determinar el cambio de la corriente en un circuito eléctrico y los economistas las aplican en problemas relacionados con las pérdidas y las ganancias de una empresa.

En la primera unidad, se estudiarán las funciones que pueden considerarse como una regla o correspondencia que asocia a cada elemento de un conjunto x uno y sólo un elemento de un conjunto y los tipos de funciones de acuerdo con el lugar que ocupan las variables independientes, su representación gráfica y su combinación de funciones.

La segunda unidad trata de los límites donde la idea fundamental es distinguir al cálculo de las otras áreas de las matemáticas, como el álgebra o la geometría; también se analizarán los diferentes teoremas sobre el límite.

En la tercera unidad se estudia la derivada o diferenciación, es decir, el proceso para hallar la derivada de una función algebraica común, de una función de orden superior, los máximos y mínimos de una función y por supuesto sus aplicaciones.

En la cuarta unidad se estudiará la integral que se conoce como la antiderivada ya que es la operación contraria a la derivada, se analizarán las integrales definidas y no definidas y los diferentes métodos de integración. En la quinta unidad se estudiará la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer grado y primer orden, que pueden ser homogéneas, lineales y exactas; y en la sexta unidad se aplicarán todos los conocimientos anteriores en el laboratorio de informática.

Unidad 1. Funciones

Objetivo particular

El alumno aplicará algunos de los elementos más importantes de los tipos de funciones matemáticas, así como, su construcción geométrica.

Temario detallado

1. Funciones.
   1.1 Introducción.
   1.2 Tipos de funciones.
   1.3 Representación gráfica de funciones.
   1.4 Composición de funciones.

Esbozo de la unidad

En esta unidad se estudiarán las funciones, el concepto de función es una de las ideas fundamentales en matemáticas. Casi cualquier estudio donde se apliquen las matemáticas en la resolución de problemas prácticos o que se requiera el análisis de datos se emplea este concepto. Una función expresa la idea de que una cantidad depende o está determinada por otra; por ejemplo: el costo de producir algún artículo depende del número de artículos producidos, el poder adquisitivo de la moneda depende del índice del costo de la vida, la cantidad de cierto artículo que el fabricante ofrecerá dependerá del precio que se le otorgue.

Otra forma de definir una función es asociar a cada elemento de un conjunto *x* uno y sólo un elemento de un conjunto *y*. El elemento *y* se denomina la imagen de *x* bajo la función *(f)* y se denota *f(x)*. El conjunto *X* se llama el **dominio de la función**, el rango de la función consta de todas las imágenes de los elementos de *x*.

Los diferentes tipos de funciones adquieren su nombre dependiendo del lugar y grado que ocupe la variable independiente, por ejemplo las funciones lineales, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas, etcétera, así como, su representación gráfica.

En el cálculo y sus aplicaciones es común encontrar la combinación de funciones, definiéndose dos funciones *f* y *g*, sea x en el dominio de *g* de tal manera que *g(x)* pertenezca al dominio de *f*. Entonces la composición *f* o *g* (*F* compuesta con *g*) se define por $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

Bibliografía específica sugerida

Tema de la unidad	Bibliografía No.	Capítulo del libro	Páginas
Del 1.1 al 1.4	2, Arya	5	164-205
Del 1.1 al 1.4	16, Swokowski	1	29-49
Del 1.1 al 1.4	14, Budnick	1 y 3	1-37, 85-117

Actividades complementarias de aprendizaje

1. A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida elabore un mapa conceptual de los temas de la unidad; para ello, remítase al apéndice de la guía.
2. Resuelva los siguientes ejercicios del libro de Arya (No. 2): del 1 al 64 pp. 175-179, del 1 al 33 pp. 195-196 y del 1 al 38 pp. 200-201.
3. Resuelva los ejercicios del 1 al 62 pp. 37-38 del libro de Swokowski (No. 16).
4. Resuelva los siguientes ejercicios del libro de Budnick (No. 14): del 1 al 55 pp. 10-11, del 1 al 38 pp. 22-25 y del 1 al 16 pp. 114-116.

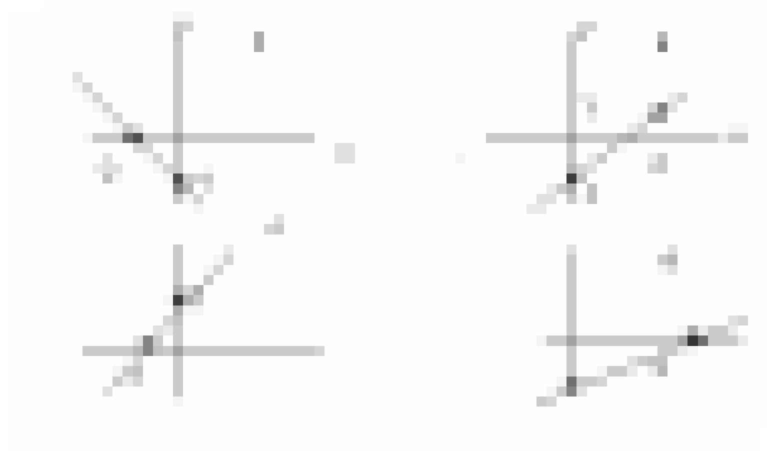
Cuestionario de autoevaluación

1. ¿Qué es una función?
2. Señalar dos condiciones que debe cumplir una función para determinar el dominio de ésta.
3. ¿Qué es una función algebraica?
4. La demanda x de cierto artículo está dada por $x = 2000 - 15p$, en donde p es el precio por unidad de artículo. El ingreso mensual I obtenido de las ventas de este artículo está dado por $I = 2000 - 15p^2$ ¿Cómo depende I de x?

5. Determinar el dominio de las siguientes funciones:
   a) $f(x) = (3x - 5)^{½}$
   b) $f(x) = (4 - x^2)^{½}$
   c) $f(x) = (x + 1)\ 7(x^3 - 9x)$
6. En las siguientes funciones encuentra el conjunto solución del dominio y de la imagen o rango y da su representación gráfica.

I. $f_{(x)} = x - 1$

	Do	rango
a)	(-∝, ∝);	(-∝,∝)
b)	(-∝,∝);	(-∝,∝)
c)	(-∝, 1);	(-∝,1)
d)	(-1, ∝);	(-1,1)
e)	(1, ∝);	(1, ∝)



II. $f_{(x)} = x^2 + 3$

	Do	rango
a)	(-∝,∝);	(3, ∝)
b)	(-∝,-3);	(-∝,3)
c)	(-3, ∝);	(-3,∝)
d)	(3, ∝);	(3, ∝)
e)	(0, ∝);	(0, ∝)

f) ninguno de los incisos

III. $f_{(x)} = \sqrt{x^2 + 1}$

	Do	rango
a)	(-∝,1);	(-∝,∝)
b)	(-∝,1);	(-1,1)
c)	(1, ∝);	(0, ∝)
d)	(-∝,∝);	(1, ∝)
e)	(-, ∝);	(1, ∝)

f) ninguno de los incisos

IV. $f_{(x)} = \sqrt{x^2 - 9}$

	Do	rango
a)	(-∝,∝);	(-∝,∝)

b)	(-∝,-3);	(-∝,-3)
c)	(-∝, 3);	(-3,3)
d)	(-∝,-3]U[3, ∝);	[0, ∝)
e)	(-∝,-3)U[3, ∝);	[-3,3]
f)	ninguno de los incisos	

V. $f_{(x)} = \sqrt{16 - x^2}$

	Do	rango
a)	(-∝,∝);	(-∝,∝)
b)	(-4,4);	(-4,4)
c)	[-4,4];	[0,4]
d)	(-∝,-4)U(4,∝);	(0,4)
e)	(-∝,4]U[4, ∝);	[0,4)
f)	ninguno de los incisos	

Encuentra la solución que se pide en los siguientes problemas.

7. Un fabricante de sillas tiene costos fijos de $1000.00 y el costo de la mano de obra y del material es de $15.00 por silla. Determina la función de costo, en función de las sillas producidas. Si cada silla se vende en $25.00, encuentra la función de costos, la función de ingresos y la función de utilidades.

	Función de Costos =	función de Ingresos =	función Utilidades =
a)	x + 1000	15x	15x-1000
b)	15x + 1000	25x	10x - 1000
c)	25x + 1000	x	25x + 1000
d)	25x – 1000	10x	25x – 2000
e)	ninguna de las anteriores		

8. Un fabricante de muñecas tiene costos fijos mensuales de $60000.00 y un costo de producción unitario de $10.00. La muñeca se vende en $15.00 cada una. i) cual es la función de costos, ii) cual es la función de ingresos, iii) cual es la función de la utilidad y iv) calcula la ganancia (o perdida) correspondiente a los niveles de producción de 10,000 y 14,000 unidades.

	Fcostos	Fingresos	Futilidad	utilidad
a)	14,000x+60,000	14,000x	10x	$10,000 y -$20,000
b)	15x + 60,000	15x	10x-60,000	$10,000 y –$20,000
c)	10x + 60,000	15x	5x - 60,000	-$10,000 y $10,000
d)	15x + 60,000	15x	5x + 60,000	$10,000 y $10,000
e)	ninguna de las anteriores			

9. Un fabricante de relojes, dice que el costo de mano de obra y de los materiales por reloj es de $15.00 y los costos fijos son de $2000.00 al día. Si vende cada reloj a $20.00 ¿cuántos relojes deberá producir y vender cada día con el fin de garantizar que el negocio se mantenga en equilibrio? Encuentra la gráfica que representa esta función.
   a) 500
   b) 600
   c) 300

d) 400

e) 200

10. Si la función de la demanda es: p = 25 – 2x y la función de la oferta es: p = 3x + 5, determina el precio y la cantidad de equilibrio. Da su gráfica correspondiente.

	Equilibrio	demanda
a)	14	17
b)	17	14
c)	9	16
d)	16	9
e)	4	17

11. Si $f_{(x)} = \dfrac{1}{x-2}$ y $g_{(x)} = \sqrt{x}$, evalúa:

I. $(f \circ g)(9)$

a) 1

b) 3
c) 2
d) 10
e) 5

II. $(g \circ f)(6)$

a) 3
b) 7
c) 4
d) $\frac{1}{2}$
e) 1

12. $si: f_{(x)} = \frac{1}{x-1}$ y $g_{(x)} = \sqrt{x}$

I. evalúa: $f+g$

a) $\sqrt{x}$
b) $\sqrt{x - \frac{1}{x-1}}$
c) $\frac{1}{x-1} + \sqrt{x}$
d) $\frac{1}{x-1}\sqrt{x}$

II. evalúa: $f-g$

a) $\frac{1}{x-1}\sqrt{x}$
b) $\frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$
c) $\sqrt{x - \frac{1}{x-1}}$
d) $\sqrt{x} - \frac{1}{x-1}$

III. evalúa: $\frac{g}{f}$

a) $\sqrt{x}(x-1)$

b) $\sqrt{x}$

c) $(x-1)$

d) $\sqrt{x}(x)$

IV. evalúa: $(f)(g)$

a) $\sqrt{x}$

b) $\sqrt{x}(x-1)$

c) x

d) $\frac{\sqrt{x}}{x-1}$

Unidad 2. Límite

Objetivo particular

El alumno calculará el límite del cálculo diferencial para una función dada.

Temario detallado

2. Límite.
   - 2.1 Introducción.
   - 2.2 Límite de funciones.
   - 2.3 Teorema sobre límite.
   - 2.4 Límite infinito.

Esbozo de la unidad

En esta unidad se estudiará el límite de las funciones. El concepto de límite de una función no se logra dominar o entender tan fácilmente, por ello es necesario estudiar la definición muchas veces, analizarla desde varios puntos de vista hasta que su significado quede claro. A pesar de su complejidad es fácil adquirir intuición para los límites.

En el cálculo y sus aplicaciones a menudo nos interesamos por los valores *f(x)* de una función *f* cuando *x* está muy cerca de un número *c*, pero no es necesariamente igual a *c*; de hecho, en muchos casos el número *c* no está en el dominio de *f*; esto es *f(c)* no está definido. Pongamos el caso: al someter un recipiente a presiones cada vez mas pequeñas hasta lograr un vacío casi perfecto, lo que puede denominarse un producto al alto vacío. Sí al acercarse a cero la presión, las mediciones correspondientes se acercan a un número *L*, entonces puede suponerse que la medición en el vacío será también *L*.

De lo anterior es posible definir el límite como: sea *f(x)* una función que está definida en todos los valores de *x* cerca de *c*, con la excepción posible de *c* mismo. Se dice que *L* es el límite de *f(x)* cuando *x* tiende a *c*, si la diferencia entre *f(x)* y *L* puede hacerse tan pequeña como se desee con sólo restringir a x a estar lo suficientemente cerca de c. En símbolos, se escribe:

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

En está unidad se estudiará el límite de las funciones, donde se trata de conocer el valor límite de una función a medida que la variable independiente se aproxima a un valor específico, así como algunas propiedades de los límites que son útiles para determinar el valor límite de una función, denominado teorema sobre límite.

Por último, se estudiará el comportamiento de una función conforme aumenta la variable independiente sin límite alguno (positiva y negativamente), se dice, que la variable independiente se aproxima al infinito o tiende al infinito.

Bibliografía específica sugerida

Tema de la unidad	Bibliografía No.	Capítulo del libro	Páginas
Del 2.1 al 2.4	14, Budnick	13	554-571
Del 2.1 al 2.4	15, Granville	2	16-24
Del 2.1 al 2.4	2, Arya	12	485-496
Del 2.1 al 2.4	16, Swokowski	2	50-69

Actividades complementarias de aprendizaje

1. A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida elabore un mapa conceptual de los temas de la unidad.
2. Elabore un resumen o apunte gráfico (mapa conceptual) de las aplicaciones del límite
3. Resuelva los siguientes ejercicios de límites:
   - Del 1 al 24 p. 559, del 1 al 48 pp. 570-571 del libro de Budnick (No. 14).
   - Del 1 al 20 pp. 21-22 del libro de Granville (No. 15).
   - Del 1 al 30 p. 55, del 1 al 20 pp. 69-70 del libro de Swokowski (No. 16).

- Del 1 al 48 pp. 494-496 del libro de Arya (No. 2).

Cuestionario de autoevaluación

1. ¿Qué es el límite de una función?
2. Definir dos teoremas sobre límites.
3. ¿Cuándo una función se considera continua?
4. Indicar el inciso que corresponde a la respuesta correcta.

lím $(3x^2 + 7x - 1)$	a)	25
$x \to 2$	b)	20
	c)	15

lím $(x + 1) / (x - 2)$	a)	3
$x \to 3$	b)	4
	c)	2

lím $(x^2 - 5x + 6) / (x - 3)$	a)	1
$x \to 3$	b)	4
	c)	-1

Unidad 3. Derivada

Objetivo particular

El alumno calculará la derivada como elemento del cálculo diferencial para una función dada.

Temario detallado

3. Derivada.
   - 3.1 Derivada de funciones algebraicas comunes.
   - 3.2 Derivadas de orden superior.
   - 3.3 Máximos y mínimos de una función.
   - 3.4 Aplicaciones.

Esbozo de la unidad

En esta unidad se estudiará la derivada como el límite de la razón del incremento de la función al incremento de la variable independiente cuando ésta tiende a cero. Cuando el límite de esta razón existe, se dice que la función es derivable o que tiene derivada, es decir, se investigará cómo varía el valor de una función al variar la variable independiente.

El problema fundamental del cálculo diferencial ha sido establecer con precisión esta variación, tan es así que la investigación de problemas que variaban de una manera continua llevó al célebre matemático y físico inglés Isaac Newton (1642-1727) al descubrimiento de los principios fundamentales del cálculo infinitesimal, el instrumento científico más poderoso del matemático moderno. A los 40 años, cuando era profesor de matemáticas en Cambridge, Newton escribió los Principia Mathematica (1687), tal vez el tratado científico de mayor influencia jamás publicado. En él aplicó los conceptos para explorar el universo, incluyendo los movimientos de la Tierra, la Luna y los planetas alrededor del Sol.

Uno de los puntos a estudiar en esta unidad son las derivadas de funciones algebraicas mediante la definición o mediante los teoremas, únicamente se considerarán las funciones que tienen derivada para todos los valores de la variable independiente, con excepción de los valores aislados.

Otro punto son las derivadas de orden superior, pueden ser de segundo orden la cual mide la pendiente y la razón de cambio de la primera derivada, así como, la primera derivada mide el cambio de la función original o función primitiva, y así sucesivamente. Las derivadas de orden superior se hallan aplicando las reglas de derivación a las derivadas de orden inferior.

Un punto más a estudiar en esta unidad, son los máximos y mínimos de una función. Un valor de una función es un máximo si es mayor que cualesquiera de los valores que le anteceden o la siguen inmediatamente. El valor de una función es un mínimo si es menor que cualquiera de los valores que le anteceden o le siguen inmediatamente. Se tiene que considerar que no necesariamente el mayor valor posible de una función es el máximo, ni el menor valor es el mínimo, es por lo que algunos autores o estudiosos del cálculo les llaman valores relativos a estos máximos y mínimos.

Una de las aplicaciones que tiene la derivada es en la administración y la economía en la construcción de lo que se denomina tasas marginales.

Bibliografía específica sugerida

Tema de la unidad	Bibliografía No.	Capítulo del libro	Páginas
Del 3.1 al 3.4	2, Arya	12, 13, 14 y 15	476-658
Del 3.1 al 3.4	15, Granville	3, 4 y 5	25-88
Del 3.1 al 3.4	14, Budnick	17 y 18	807-183
Del 3.1 al 3.4	4, Edward	3 y 14	95-183, 750-825

Actividades complementarias de aprendizaje

1. A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida elabore un mapa

conceptual de los temas de la unidad.

2. Resuelva los siguientes ejercicios del libro de Arya, J. (No. 2):
   12-3, 12-4, 12-5, 12-6; 13-2, 13-3, 13-4; 14-1, 14-2, 14-3, 14-4, 14-5, 14-6, 14-7; 15-1, 15-2 y 15-3.
3. Resuelva los siguientes ejercicios del libro de Budnick F.(No. 14):
   17-1, 17-2, 17-3, 17-5; 18-1, 18-2, 18-3, 18-4.

Cuestionario de autoevaluación

1. Definir la derivada de una función con una variable.
2. Definir el costo marginal.
3. ¿Cuál es la derivada de la potencia de una función de exponente constante?
4. ¿Qué es una función implícita?
5. La derivada de un producto de dos funciones es igual a:
6. Determine los valores máximos y mínimos locales:
   a) $y = x^3 - 18x^2 + 96x$
   b) $f(x) = xInx$
7. Señale el inciso de la derivada de cada función.
   I. $f_{(x)} = x^2 + 3x$
      a) $2x + 3$
      b) $2x - 3$
      c) $2 - 3x$
      d) $2x^2 - 3$
   II. $f_{(x)} = \dfrac{3}{x^2} + \dfrac{5}{x^4}$
      a) $6x - 20x^4$
      b) $-6x$
      c) $-\dfrac{6}{x^3} - \dfrac{20}{x^5}$

d) $\dfrac{6}{x^2}+\dfrac{20}{x^5}$

III. $f_{(s)}=\sqrt{3}(s^3-s^2)$

a) $3\sqrt{s}$

b) $\sqrt{3}(s^2-s)$

c) $3\sqrt{3}s^2-s$

d) $3\sqrt{3}s^2-2\sqrt{3}s$

IV. $f_{(x)}=\dfrac{x}{x-1}$

a) $-\dfrac{1}{(x-1)^2}$

b) $-(x-1)^2$

c) $(x-1)^2$

d) $(x-1)(x-1)$

V. $f_{(x)}=\dfrac{1}{4x^3+5x^2-7x+8}$

a) $\dfrac{12x^2+10x+7x}{8}$

b) $\dfrac{-12x-10x+7}{(4x^3+5x^2-7x+8)^2}$

c) $\dfrac{12x-10x^2+7}{(4x^3+5x^2-7x+8)^2}$

d) no existe

VI. $\left(\dfrac{2x+1}{3x-1}\right)^4$

a) $-\dfrac{20(2x+1)^3}{(3x-1)^5}$

b) $\frac{(2x+1)^4}{(3x-1)^4}$

c) $\frac{(2x+1)^3}{(3x-1)^3}$

d) $\left(\frac{2x+1}{3x-1}\right)^3$

VII. $f_{(x)} = (3x^2+2)^2(x^2-5x)^3$

a) $3(3x^2+2)(x^2-5x)(10x^3-35x^2+4x-10)$

b) $3(3x^2+2)(x^2-5x)(10x+4)$

c) $3(3x^2+2)(x^2-5x)(10x)$

d) $9x^2+10x^4(10)$

VIII. Deriva implícitamente: $x^2+y^2+4=0$

a) $2x+2yy'=-4$

b) $\frac{dy}{dx}=-\frac{2x}{y}$

c) $dy=dx$

d) $dy=4$

8. Dada $(x+y)^2-(x-y)^2=x^4+y^4$ determina $\frac{dy}{dx}$

a) $\frac{dy}{dx}=\frac{x^3-y}{x-y^3}$

b) $dy=dx+xy$

c) $\frac{dy}{dx}=x^2+y$

d) $\frac{dy}{dx}=x^3y^3+xy$

9. Suponer que la función de costos de la manufactura de *x* juguetes es: $C_{(x)}=110+4x+0.02x^2$. Cuál es la función del costo marginal

a) $110 + 4x$

b) $4x + 0.02x^2$

c) $4 + 0.02x$

d) $4 + 0.04x$

10. En el problema VIII diga cual es el costo marginal cuando *x=50.*
    a) 8
    b) 7
    c) 5
    d) 6
11. La población de Apan, Hidalgo. t años después del 1ro. de enero de 1982, se calcula como $f_{(t)} = 30t^2 + 100t + 5000$, determina la razón a la cual se espera que la población crezca para el 1ro. de enero de 1990.
    a) 58000
    b) 5800
    c) 580
    d) 58
12. Determina los valores máximo y mínimo en la siguiente función: $f_{(x)} = 1 + 12x - x^3$

	máximo	mínimo
a)	17	10
b)	15	12
c)	10	17
d)	12	10

13. Al depositarse en un lago, los desperdicios orgánicos disminuyen el contenido de oxígeno del agua. Si *t* denota el tiempo en días después que se deposita el desperdicio, se encuentra experimentalmente en un caso que el contenido de oxígeno es: $f_{(t)} = t^3 - 30t^2 + 6000$ con $0 \le t \le 25$, encuentra los valores máximo y mínimo de la función durante los primeros 25 días siguientes al vaciado del desperdicio.

	máximo	mínimo
a)	6000	2000
b)	5000	1000
c)	4000	900
d)	3000	800

Unidad 4. Integral

Objetivo particular

El alumno aplicará los elementos del cálculo integral para la resolución de problemas.

Temario detallado

4. Integral.
   - 4.1 Introducción.
   - 4.2 Integral definida.
   - 4.3 Integral no definida.
   - 4.4 Métodos de integración.
     - 4.4.1 Substitución.
     - 4.4.2 Por partes.
   - 4.5 Aplicaciones.

Esbozo de la unidad

Hasta ahora se ha estudiado el proceso de diferenciación, esto es, el cálculo y aplicación de las derivadas de funciones, lo que se denomina **cálculo diferencial**. En esta unidad se estudiará el segundo campo del área general del cálculo: el **cálculo integral**, que es el proceso opuesto a la diferenciación.

El cálculo integral se basa en el concepto de la integral. La definición de la integral es motivada por el problema de definir y calcular al área de la región que se encuentra entre la gráfica de una función de valores positivos *f* y el eje *x* en un intervalo cerrado [a, b], como por ejemplo cuando se tiene un modelo de costos en que el costo marginal es una función conocida del nivel de producción y se necesita calcular el costo total de producir *x* artículos, o bien, al conocer la tasa de producción de un pozo de petróleo como función del tiempo, siendo necesario calcular la producción total durante cierto periodo.

En conclusión se puede decir que el proceso de determinar la función cuando se conoce la derivada se llama **integración** y la función a determinar se denomina la **antiderivada** o la integral de la función dada.

Se estudiarán las integrales no definidas y las definidas. A las primeras se les designa una constante de integración la cual es arbitraria, es decir, puede ser cualquier número real. La integral así obtenida recibe un nombre más adecuado: integral indefinida. En todos los casos de integración indefinida es necesario que al verificar los resultados se aplique el siguiente criterio: la diferencial de la integral debe ser igual a la expresión diferencial dada. Al definir el cálculo de áreas de regiones que tienen fronteras curveadas, éstas pueden ser evaluadas mediante las integrales definidas, que se definen como: Sea *f(x)* una función con una antiderivada que se denota por *F(x)*, sean *a* y *b* dos números reales tales que *f(x)* y *F(x)* existen para todos los valores de *x* en el intervalo cerrado con puntos extremos *a* y *b*. La integral definida de *f(x)* de $x = a$ a $x = b$ se denotan por:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Los números *a* y *b* se denominan límites de integración, siendo al límite inferior y *b* el límite superior, por lo general, $a < b$ más no es esencial.

En esta unidad también se estudiarán los métodos de integración: de sustitución y de integración por partes. El primero se aplica a las integrales que no pueden evaluarse en forma directa por medio de integrales estándar, entonces mediante un cambio en la variable de integración se conoce la integral dada. El segundo método se utiliza con el objeto de evaluar una integral cuyo integrando consiste de un producto de funciones. Dicho método es análogo a la fórmula del producto del cálculo diferencial.

Bibliografía específica sugerida

Tema de la unidad	Bibliografía No.	Capítulo del libro	Páginas
Del 4.1 al 4.5	2, Arya	16 y 17	659-756
Del 4.1 al 4.5	15, Granville	12 al 17	227-373

Del 4.1 al 4.5	4, Edward	5 y 9	255-335, 481-527

Actividades complementarias de aprendizaje

1. A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida elabore un mapa conceptual de los temas de la unidad.
2. Resuelva los ejercicios del libro Arya, J. (No. 2):
   Ejercicio 16-1; 16-2; 16-3; 16-4; 17-1; 17-2; 17-3; 17-4; 17-5; 17-6 y 17-7.
3. Resuelva los ejercicios del libro de Edwards y Penney (No. 4):
   Sección 5-2; 5-3; 5-4; 5-5; 5-6; 5-7; 5-8; 5-9; 9-1; 9-2; 9-3; 9-4; 9-5; 9-6; 9-7 y 9-8.

Cuestionario de autoevaluación

1. Indicar si los siguientes conceptos son falsos o verdaderos:
   a) La integral del producto de una constante de una función de *x* es igual a la constante por la integral de la función.
   b) La integral de la suma de dos funciones es igual a la suma de sus integrales.
   c) El método de integración por partes reduce a una integral estándar conocida mediante un cambio en la variable de integración.
   d) La diferenciación y la integración son operaciones inversas.
   e) La constante arbitraria *c* se llama constante de integración y es una cantidad dependiente de la variable de integración.
   f) La integral de una suma algebraica de expresiones diferenciales es igual a la misma suma algebraica de las integrales de esas expresiones.
   g) Intercambiar los límites de una integral definida es equivalente a no cambiar el signo de la integral.
2. Resolver las siguientes integrales por medio de una sustitución lineal:
   a) $\int (2x+1)^7\, dx$
   b) $\int {}^{1}\!/_{(2-5t)^2}\, dt$
3. Evaluar las siguientes integrales:

a) $\int nIndx$

b) $\int x^n Inxdx$

4. La razón de producción de anticuerpos t horas después de inyectar un suero está dada por f(t) = 10t/(t 9)^2. Encuentre el valor de t en el cual f(t) es el máximo y el número total de anticuerpos producidos hasta ese tiempo.
5. Elegir la respuesta correcta de los siguientes ejercicios.

I. $\int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 9x + 1)dx$

a) $\frac{3}{7} + 3$

b) $\frac{6}{5}$

c) $\frac{6}{7}$

d) $\frac{3}{2}$

II. $\int_0^2 2x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$

a) $\frac{23}{2}$

b) $\frac{116}{5}$

c) 4

d) 16

6. Calcula el área de la región en el primer cuadrante limitada por la curva cuya ecuación es $y = 10 - x^2$, el eje x, el eje y y la recta x = 3 u^2

a) 21

b) 21.5

c) 22

d) 23

7. Suponer que durante los primeros 5 años una mercancía ha estado a la venta en el mercado, se venden *y* unidades al año cuando han transcurrido *x* años desde que el producto se presentó por primera vez, y: $y = 3000\sqrt{x} + 1000; 0 \leq x \leq 5$. Calcula las ventas totales durante los primeros 4 años.

Unidades en los primeros 4 años

a) 20,000

b) 10,000

c) 5,000

d) 1,000

Unidad 5. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer grado

Objetivo particular

El alumno aplicará las técnicas algebraicas en la resolución de sistemas de ecuaciones.

Temario detallado

5. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer grado.
   - 5.1 Introducción.
   - 5.2 Solución de ecuaciones diferenciales ordinarias.
   - 5.3 Ecuaciones diferenciales de primer orden y primer grado.
     - 5.3.1 Homogéneas.
     - 5.3.2 Lineales.
     - 5.3.3 Exactas.

Esbozo de la unidad

En la unidad 3 y 4 se estudiaron aunque no con ese nombre las ecuaciones diferenciales, donde al pasar de una derivada *f´* ante su antiderivada *f* se resolvió la ecuación diferencial al encontrar la antiderivada. En esta unidad se estudiará el tema de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer grado, utilizando las reglas de integración para facilitar el proceso de resolución.

La ecuación diferencial es aquella que contiene derivadas, diferenciales o ambas; regularmente, se ha empleado la notación *dy/dx*, tomadas por separado *dy* y *dx* reciben el nombre de diferenciales, lo que refleja los cambios de *y* y *x* respectivamente.

Si una ecuación diferencial contiene derivadas de una función de una variable independiente se llama **ecuación diferencial ordinaria**; si una ecuación diferencial incluye derivadas parciales de funciones con dos o más variables independientes, se denomina **ecuación diferencial parcial**.

Las ecuaciones diferenciales se clasifican de acuerdo con el orden de la ecuación que es el mismo que el de la derivada de mayor orden que en ellas aparece, que puede ser afectada de exponentes. El mayor exponente indica el grado de la ecuación diferencial. Así tememos las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden como por ejemplo $dy/dx = 2x$ y $dy/dx = -(x/y)$; también las soluciones generales como $y^2 = x^2 + Cyx^2 + y^2 = 2C$.

Además tenemos la ecuación diferencial de segundo orden, llamada así por el orden de la derivada; por ejemplo: $d^2y/x^2 + y = 0$.

Una solución o integral de una ecuación diferencial es la relación entre las variables, que define a una de ellas como función de la otra y que satisface a la ecuación. Las soluciones a las ecuaciones diferenciales se clasifican en: soluciones generales y particulares. Las primeras son aquellas que incluyen constantes arbitrarias de integración; las segundas se obtienen de la solución general por condiciones dadas del problema; en este caso se asignan valores específicos a las constantes de integración basados en las condiciones iniciales o de límite.

Una ecuación de primer orden y de primer grado puede reducirse a la forma $Mdx + Ndy = 0$, siendo M y N funciones de x, y, y. Las ecuaciones más comunes se dividen en cuatro tipos:

I. Ecuaciones con variables separables.
II. Ecuaciones homogéneas.
III. Ecuaciones lineales.
IV. Ecuaciones que pueden reducirse a la forma lineal.

Bibliografía especifica sugerida

Tema de la unidad	Bibliografía No.	Capítulo del libro	Páginas
Del 5.1 al 5.3	15, Granville	21	458-504
Del 5.1 al 5.3	14, Budnick	17	824-831
Del 5.1 al 5.3	4, Edward	7	439-443

Del 5.1 al 5.3	2, Arya	17	733-742

Actividades complementarias de aprendizaje

1. A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida elabore un mapa conceptual de los temas de la unidad.
2. Resuelva los ejercicios del libro de Granville, William (No 15):
   - Del 1 al 16 páginas 461-462.
   - Del 1 al 35 páginas 466-467.
   - Del 1 al 30 páginas 471-478.
   - Del 1 al 10 páginas 475-476.
   - Del 1 al 30 páginas 480-481.
   - Del 1 al 40 páginas 484-486.
3. Resuelva los ejercicios del 1 al 44 de la sección 17.4 del libro de Budnick Frank (No 14).
4. Resuelva los ejercicios 17-6 del 1 al 43 del libro de Arya Jaydish (No 2).

Cuestionario de autoevaluación

1. ¿Qué es una ecuación homogénea?
2. ¿Qué es una ecuación diferencial?
3. Mencionar algunos problemas donde se apliquen las ecuaciones diferenciales.
4. ¿Cuántas constantes arbitrarias requiere una ecuación diferencial de primer orden?
5. ¿Qué es una ecuación con variables separables?
6. Indica una solución general para las siguientes ecuaciones diferenciales:

A. $\frac{dy}{dx} = 2x$

   a) y = x

   b) $\frac{dy}{dx} = 0$

   c) $y = x^2 + C$

d) y = xc

B. $(xy - y^2)dx - dy = 0$

a) $\frac{ydx}{x^2} = 0$

b) $\frac{x}{\ln x + c} = y$

c) $\frac{y}{x} = C$

d) $\frac{dx}{dy} = \ln x + C$

C. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x$

a) $y = \frac{x^2}{3} + \frac{C}{x}$

b) $y = 3x + C$

c) $y = \frac{C}{x}$

d) $y = \frac{3}{x} + C$

7. Encontrar la solución completa de la siguiente ecuación:

A. $dy = 2xdx$

a) $y = x^2 + c_1 + c_2$

b) $y = x + c$

c) $y = x$

d) $y = x^2 + c$

B. $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2}{3y^3}$

a) $y = 3xy^2$

b) $y = 3x + 2y$

c) $y = \sqrt[3]{\dfrac{8x^3 + c}{9}}$

d) $y = 8x^3 + c$

8. Hallar la solución particular de $dy = 2xdx$ cuando y = 6 y x = 2

a) $y = 2x + 6$

b) $y = x^2 + 2$

c) $y = x - 6$

d) $y = 6x + 2$

9. Una cierta compañía ha realizado un análisis de sus instalaciones de producción y de su personal. Con el equipo y el número de trabajadores que tiene en la actualidad, la empresa puede producir 3000 unidades diarias. Se estimó que sin haber variaciones en el equipo, la tasa de cambio del número de unidades producidas por día con respecto a una variación en el número de trabajadores adicionales es $80 - 6x^{1/2}$, donde x es el número de trabajadores adicionales. Determina la producción diaria si se suman 25 personas a la fuerza de trabajo.

unidades

a) 4500

b) 3500

c) 2500

d) 1500

Unidad 6. Prácticas en el laboratorio de informática

Objetivo particular

El alumno aplicará sus conocimientos teóricos en la solución de diversos proyectos matemáticos de cálculo utilizando la computadora o calculadoras gráficas.

Temario detallado

6. Prácticas en el laboratorio de informática

Esbozo de la unidad

En esta unidad se resolverán problemas con apoyo de la computadora o calculadoras gráficas. Utilice el libro **Cálculo con Geometría Analítica** de Edward S. y Penney, Editorial Prentice-Hall, donde se explican ejemplos sencillos o se reemplazan por otros ya existentes cuyo cómputo es fácil, así como los detalles de cómputo para facilitar su seguimiento, de este modo los cómputos no serán una barrera para su comprensión.

Estos proyectos utilizan algún aspecto de la tecnología actual de cómputo donde se ilustran las ideas principales de cada unidad. Cada proyecto contiene problemas adicionales cuya solución requiere del uso de sistemas de cómputo como Derive, Maple y Mathematica.

Este material es adecuado para emplearse en un laboratorio de cómputo conducido en relación con un curso estándar de cálculo.

Bibliografía específica sugerida

Tema de la unidad	Bibliografía No.	Capítulo del libro	Páginas
6	4, Edward	1	13, 31, 42
		2	59, 70, 91
		3	106, 139, 154, 183
		5	287, 322, 335

		9 14	484, 507, 527 758, 782, 816, 825

Actividades complementarias de aprendizaje

1. A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida elabore un mapa conceptual de los temas de la unidad.
2. Resuelva los proyectos del libro de Edward (No. 4) correspondientes a los capítulos 1, 2, 3, 5, 9 y 14.

Cuestionario de autoevaluación

1. Mencionar algunos paquetes que se utilizan en matemáticas.
2. Para la tabulación en sistemas de cómputo se tienen:
3. ¿Con el Derive, Maple o Mathematica se pueden calcular derivadas?

Bibliografía básica

1. Apostol, T., *Calculus,* Revertre, España, 1982, vol. I, 2ª ed., 813 pp.
2. Arya, J. y Lardner, R., *Matemáticas aplicadas a la administración*, Prentice-Hall, México, 1985, 776 pp.
3. Draper J. Y Klingman, J., *Matemáticas para administración y economía*, Harla, México, 1987, 2ª ed., 689 pp.
4. Edward, S. y Penny, *Cálculo*, Prentice-Hall, México, 1996, 1036 pp.
5. Fulks, W., *Cálculo Avanzado*, Limusa, México, 1970, 551 pp.
6. Haeussler, E. y P., Richard, *Matemáticas para administración y economía*, Ibroamericana, México, 1987, 758 pp.
7. Hughes-Hallet, D. y Gleason, Andrew M., *Cálculo*, Cecsa, México, 1995, 683 pp.
8. Purcell, Edwin J., *Cálculo*, Prentice-Hall, México, 1993, 928 pp.

Bibliografía complementaria

9. Courant, R. y F. John, *Introducción al cálculo y al análisis matemático*, Limusa, México, 1971, Vol. I, 671 pp.
10. Hoffman L., *Cálculo aplicado*, McGraw-Hill, México, 1989, 692 pp.
11. Hughes-Hallet, D. y Gledson, Andrew M., *Cálculo***,** Cecsa, México, 1995.
12. Somiskii, I.S., *El método de inducción matemática*, Sociedad Metemática Mexicana, 6ª ed., 65 pp.
13. Spivak, M., *Calculus,* Revertre, España, 1981, 843 pp.

Bibliografía adicional

14. Budnick, Frank S., *Matemáticas aplicadas para administración, economía y ciencias sociales*, Ed. McGraw-Hill, México, 1990, 946 pp.
15. Granville, William A, *Cálculo diferencial e integral*, Ed. Limusa, México, 1980, 677 pp.
16. Swokowski, Earl, *Cálculo con geometría analítica*, 2ª ed. Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1982, 967 pp.

Respuestas a los cuestionarios de autoevaluación

Unidad 1. Funciones

1. Es una regla o correspondencia que asocia a cada elemento de un conjunto *x* uno y sólo un elemento de un conjunto y.
2. a) Cualquier expresión dentro de una raíz cuadrada no puede ser negativa.
   b) El denominador de cualquier fracción no puede ser cero.
3. Sí el valor *f(x)* de una función f se encuentra por su número finito de operaciones algebraicas, las operaciones algebraicas son la adición, la sustracción, la multiplicación, la división, la elevación de potencias y la extracción de raíces.
4. R = x(2000 – x) / 15
5. a) (5/3, ∞)
   b) (-2 , 2)
   c) Todos los números reales a excepción de 0, 3 y –3.
6. I. a) y b
   II. a) y a
   III. b) y d
   IV. d) y a
   V. c) y c
7. b
8. c
9. d
10. e
11. I. a)
    II. d)
    III. c)
    IV. b)
    V. a)
    VI. d)

Unidad 2. Límite

1. Se dice que *L* es el límite de *f(x)* cuando *x* tiende a *c*, sí la diferencia entre *f(x)* y *L* puede hacerse tan pequeña como se desee con sólo restringir a *x* a estar lo suficientemente cerca de *c*.
2. a) $\underset{x \to c}{\text{lím}} (mx + b) = mc + b$

   b) $\underset{x \to c}{\text{lím}}\, b\, f(x) = b\, \underset{x \to c}{\text{lím}}\, f(x)$
3. Una función *f(x)* es continua en $x = c$ sí tanto *F(c)* como el límite de *f(x)* existen y son iguales.
4. a); b); a).

Unidad 3. Derivada

1. Es el límite de la razón del incremento de la función al incremento de la variable independiente cuando esta tiende a cero.
2. Es el valor límite del costo promedio por artículo extra cuando este número de artículos extras tiende a cero.
3. Es igual al producto del exponente por la función elevada a un exponente disminuido en una unidad y por la derivada de la función.
4. Cuando se da una relación entre *x* y *y* por medio de una ecuación no resuelta para *y*, entonces se llama función implícita de *x*; por ejemplo, $x^2-4y=0$ define *y* como función implícita de *x*, así como, *x* se define igualmente como función implícita de *y*.
5. Es igual al producto de la primera función por la derivada de la segunda, más el producto de la segunda por la derivada de la primera.
6. a) máximo $x = 4$, mínimo $x = 8$

   b) mínimo en x = 1/e
7. I. a)

   II. c)

   III. d)

IV. a)

V. b)

VI. a)

VII. a)

VIII. b)

8. a)
9. d)
10. d)
11. c)
12. a)
13. a)

Unidad 4. Integral

1. a) V

   b) V

   c) F

   d) V

   e) F

   f) V

   g) F

2. a) $\frac{1}{16}(2x+1)^{8}+c$

   b) $\frac{1}{5}(2-5t)^{-1}+c$

3. a) $\left(1/\sqrt{5}\, In\left|\left(2x-3-\sqrt{5}\right)\right)/\left(2x-3+\sqrt{5}\right)\right| + c$

   b) $\frac{1}{4}\left[In|2x-3|-3/(2x-3)\right]+c$

4. t + 3; 5 In 2

5. I. c)

   II. b)

6. a)
7. a)

Unidad 5. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer grado

1. Una ecuación diferencial es homogénea sí es del tipo *Mdx* + *Ndy* = *0 y M y N* son funciones homogéneas de *X* y *Y* del mismo grado.

2. Es aquella ecuación que contiene derivadas o diferenciales o ambas.
3. Crecimiento de poblaciones, enfriamiento y calentamiento, cuentas de ahorros con depósitos continuos, eliminación de contaminantes.
4. La solución a una ecuación diferencial de primer orden, por lo general, requiere una antidiferenciación y una constante arbitraria.
5. Cuando los términos de una ecuación diferencial pueden disponerse de manera que tome la forma $F(x)\ dx + F(y)\ dy = 0$ siendo $F(x)$ es una función de X y $F(y)$, una función de Y.
6. A. c)
   B. b)
   C. a)
7. A. d)
   B. c)
8. b)
9. a)

Unidad 6. Prácticas en el laboratorio de informática

1. MATLAB, Mathematica, Derive, Maple.
2. Algunos sistemas de cómputo tienen directivas en línea para la tabulación de funciones.
3. Si, se pueden calcular derivadas $G´(x)$ *y* $H´(x)$ de manera simbólica para determinar si son iguales o no a $f(x)$.

Apéndice. Elaboración de un mapa conceptual

Los alumnos del Sistema de Universidad Abierta (SUA), a diferencia de los del escolarizado, estudian por su cuenta las asignaturas del plan de estudios correspondiente. Para asimilar el contenido de éstas, requieren consultar y estudiar la bibliografía específica que se les sugiere en cada unidad, actividad nada sencilla, pero indispensable para que los alumnos puedan desarrollar las actividades de aprendizaje y prepararse para los exámenes. Un recurso educativo del que pueden valerse los estudiantes, es el mapa conceptual.

¿Qué es un mapa conceptual?

- ✓ Es un **resumen o apunte gráfico**.
- ✓ Es un esquema gráfico en **forma de árbol, que muestra la relación existente entre los aspectos esenciales estudiados**, relativos a una unidad de una asignatura o de una asignatura completa, o bien, de un capítulo de un libro o un libro completo.
- ✓ Es una **estructura jerárquica en cuya parte superior** se ubica el aspecto de **mayor nivel de implicación o “término conceptual”**, de éste se derivan otros de **menor grado de implicación** que se relacionan de manera subordinada, por lo que, se localizan en niveles inferiores y así sucesivamente en orden descendente, como se observa en el ejemplo de mapa conceptual de la Introducción a la teoría general de la Administración.

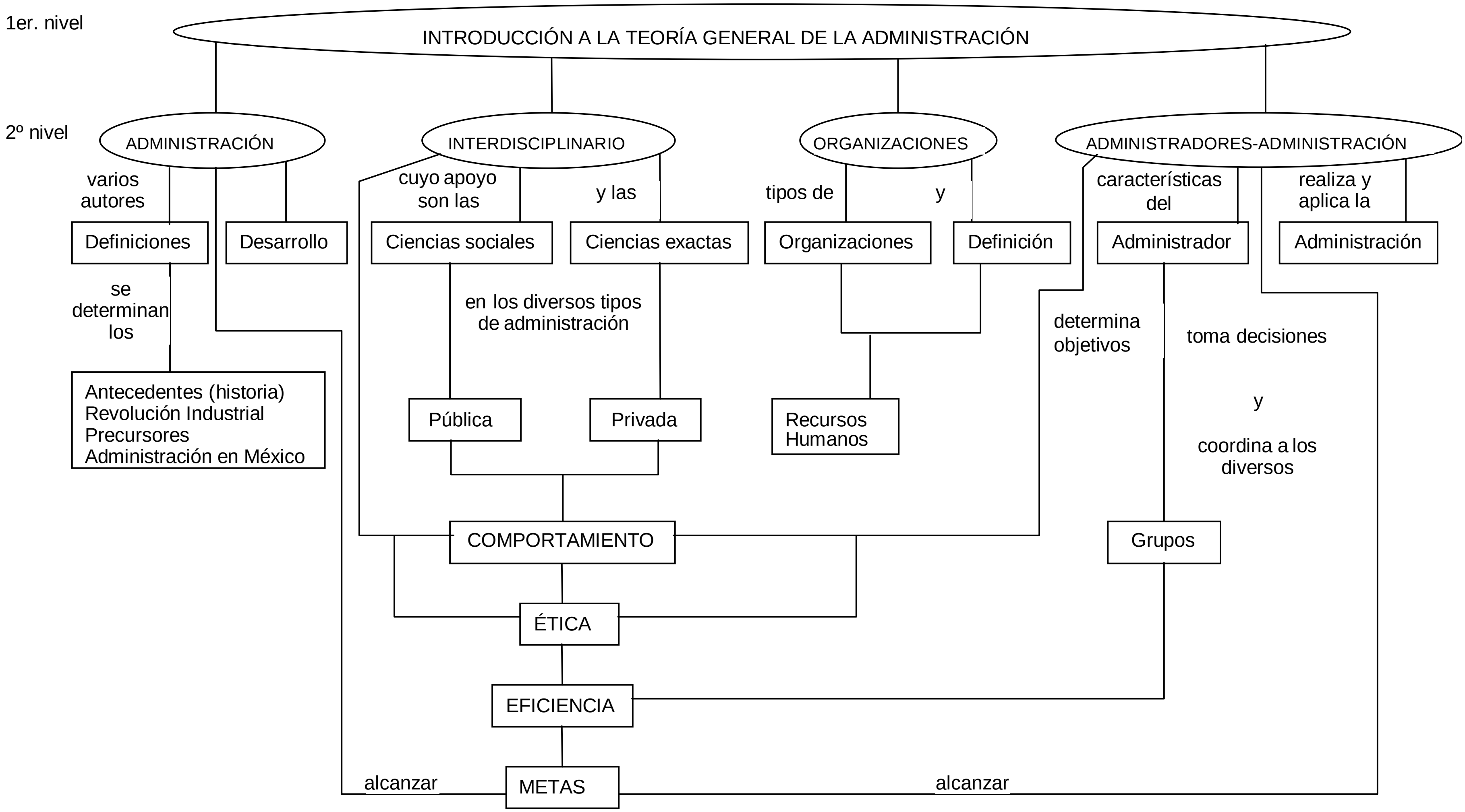
¿Qué ventajas tiene para el alumno un mapa conceptual?

- ✓ Cuando el alumno estudia nuevos contenidos, la construcción de un mapa conceptual le permite **reflexionarlos, comprenderlos y relacionarlos**, es decir, **reorganiza y reconstruye** la información de acuerdo con su propia lógica de entendimiento.
- ✓ Al encontrar las conexiones existentes entre los aspectos esenciales o "términos conceptuales" (clave) del contenido estudiado, el alumno aprenderá a **identificar la información significativa** y a dejar de lado la que no es relevante.
- ✓ El alumno aprende a identificar las ideas principales que el autor de un libro de texto expone, argumenta o analiza; así como a jerarquizarlas y relacionarlas con otros conocimientos que ya posee.
- ✓ La elaboración de un mapa conceptual ayuda a los estudiantes a reproducir con mucha aproximación el contenido estudiado.
- ✓ La construcción de un mapa conceptual estimula en el alumno el **razonamiento deductivo**.

¿Cómo se elabora o construye un mapa conceptual?

1. Realice una primera lectura del capítulo del libro que se le indica en la bibliografía específica sugerida. Preste atención a la introducción y a las notas que el autor hace acerca de los temas y subtemas, porque le ayudarán a comprender la estructura del capítulo; además revise los esquemas, las tablas, las gráficas o cualquier ilustración que se presente. Esta lectura le permitirá tener **una idea general** del contenido del capítulo.
2. Realice una **lectura analítica** del contenido del capítulo, léalo por partes guiándose por la división que el propio autor hace de los temas y subtemas, que por lo general, es más o menos extensa según el tema de que se trate y su complejidad.

3. Lea las ideas contenidas en los párrafos, **analícelos completamente**, ya que en ellos, el autor define, explica y argumenta los aspectos esenciales del capítulo; también describe sus propiedades o características, sus causas y efectos, da ejemplos y, si se requiere, demuestra su aplicación.
4. Al analizar las ideas contenidas en los párrafos, **identifique los "términos conceptuales" o aspectos esenciales** acerca de los cuales el autor proporciona información específica.
5. Elabore un **listado de los principales "términos conceptuales"**. Identifique el papel que juega cada uno de ellos y **ordénelos de los más generales e inclusivos a los más específicos o menos inclusivos**.
6. Liste para cada "término conceptual" lo que el autor aborda: definición, propiedades o características, causas y efectos, ejemplos, aplicaciones, etcétera.
7. Coloque los "términos conceptuales" con los aspectos que en ellos se señalan, **en forma de árbol**. **Encierre** en un círculo o rectángulo cada término. Coloque el de mayor inclusión **en el nivel superior** y el resto, **ordénelo de mayor a menor inclusión**. Verifique que la jerarquización sea correcta.
8. Relacione los "términos conceptuales" **mediante líneas** y si es necesario, **use flechas que indiquen la dirección** de las relaciones. Verifique que las relaciones horizontales y verticales sean correctas, así como las relaciones cruzadas (aquellas que se dan entre "términos conceptuales" ubicados opuestamente, pero que se relacionan entre sí).
9. Construya **frases breves o palabras de enlace** que establezcan o hagan evidente las relaciones entre los "términos conceptuales".
10. Analice el ejemplo del mapa conceptual de la Introducción a la teoría general de la Administración. Identifique los niveles, "los términos conceptuales", los aspectos que de ellos se derivan, las relaciones horizontales, verticales y cruzadas.



Ejemplo de mapa conceptual de la Introducción a la teoría general de la Administración (Profra. Rebeca Novoa)